

APLICAÇÃO DO MODELO DE FRAGMENTAÇÃO MINERAL DE AUSTIN PARA ALIMENTAÇÕES POLIDISPERSAS

A. C. Silva¹, J. A. M. da Luz²

1 – REDEMAT – Universidade Federal de Ouro Preto. Campus Universitário, s/n - CEP 35.400-000 – Ouro Preto/MG

E-mail: andre@iceb.ufop.br

2 – Departamento de Engenharia de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. Campus Universitário, s/n - CEP 35.400-000 – Ouro Preto/MG

E-mail: jaurelioluz@gmail.com

RESUMO

Vários modelos para a cominuição de materiais vêm sendo desenvolvidos ao longo dos últimos anos, buscando melhorar a compreensão tanto do processo quanto das características intrínsecas do material a ser cominuído. No presente artigo aplica-se o modelo de Austin (desenvolvido para a quebra por impacto de partículas inicialmente monodispersas) na simulação da moagem em moinhos tubulares revolventes, adotando, contudo, a alimentação do moinho polidispersa, a partir de um artifício simplificador no algoritmo. Um sistema computacional em Delphi 6 foi desenvolvido para a simulação de moagem em sistemas polidispersos.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem e simulação de processos; cominuição; moagem.

ABSTRACT

Many material comminution models have been developed in the last years, aiming gain more knowledge about the process and about the intrinsic characteristics of the comminuted material. In this paper the authors apply the Austin's model for impact breakage of particles, developed for initially monodisperse feed, to simulate the mineral grinding in tumbling tubular mills, adopting, however, a polydisperse feed, using a simplified artifice in the algorithm. A computational system was developed in Delphi 6 in order to simulate grinding operation with polydisperse feed.

KEY-WORD: Processing modeling and simulation; comminution; milling.

1. O MODELO DE QUEBRA POR IMPACTO DE AUSTIN

Segundo Austin (2002), a fração acumulada de massa impactante de um dado tamanho que se quebra, quando impactada, sob uma energia de impacto específica (E) é dada por:

$$\bar{m} = \bar{A} \cdot \ln\left(\frac{E}{K}\right), \quad 0 \leq \bar{m} \leq 1 \quad (1)$$

Onde:

\bar{A} é uma constante adimensional do material, independente do tamanho das partículas e K é um vetor constante (em J/kg), dependente do tamanho das partículas, dado por:

$$K_i = C \cdot \left(\frac{x_i}{x_0}\right)^{-m}, \quad m > 0 \quad (2)$$

Onde:

x_0 é o tamanho unitário, tomado como 1 mm; x_i é o tamanho superior da série de peneiras indexada por i ;

C é uma constante do material (em J/kg), cujo significado físico é a energia específica mínima de impacto necessária para haver a quebra de qualquer partícula do tamanho x_0 e

m é uma constante adimensional do material.

Segundo Yildirim, Cho e Austin (1999) a constante C da equação 2 deve ser igual a 0,103 para moagem a seco de quartzo usando bolas cerâmicas como corpos moedores, igual a 0,148 para cilindros cerâmicos e a 0,0965 para seixos.

Para qualquer tamanho dado, as equações 1 e 2 mostram que a energia específica mínima de impacto requerida para que haja a quebra do material ($\bar{m} > 0$) é dada por:

$$E_{\min} = K \quad (3)$$

A energia específica máxima de impacto requerida para se obter uma quebra total das partículas ($\bar{m} = 1$) é dada por:

$$E_{\max} = K \cdot \exp\left(\frac{1}{\bar{A}}\right) \quad (4)$$

Considerando as partículas alimentadas com tamanho x_i impactadas com uma energia específica de impacto E , o incremento energético de cada classe energética será dado por:

$$dE = \frac{E}{N} \quad (5)$$

Onde N é o número de classes energéticas consideradas.

Assim sendo, a energia específica de impacto para cada uma das N classes energéticas consideradas será dada por:

$$E_k = k \cdot dE, \quad 0 \leq k \leq N \quad (6)$$

A partir das equações 3 e 4 tem-se que:

$$E_{\min_i} = K_i \quad (7)$$

$$E_{\max_i} = K_i \cdot \exp\left(\frac{1}{\bar{A}}\right) \quad (8)$$

Onde K_i é dado pela equação 2.

Usando as equações 1 e 2 para obter uma equação que relacione a fração mássica acumulada quebrada sob uma energia específica de impacto (a), tem-se que:

$$a_{i,k} = \begin{cases} 0, & \text{se } (k = 0; 1 \leq i \leq n) \text{ ou se } (i = n; 0 \leq k \leq N) \text{ ou se } (E_k \leq E_{\min i}) \\ 1, & E_k \geq E_{\max i} \\ \bar{A} \ln\left(\frac{E_k}{K_i}\right), & E_{\min i} < E_k < E_{\max i} \end{cases} \quad (9)$$

A equação 9 é válida desde que não haja quebra de nenhum tamanho para a classe energética zero e nenhuma quebra além do intervalo granulométrico pré-estabelecido.

Assumindo que os fragmentos de tamanho i gerados pelo evento de quebra tenham a mesma distribuição de tensões do tamanho i testado (desconsiderando que a partícula mãe seja competente ou não), a fração mássica de partículas que se quebram sob a ação da energia da classe k é dada por:

$$c_{i,k} = \begin{cases} 0, & k = 0; 1 \leq i \leq n \\ a_{i,k} - a_{i,k-1}, & 0 < k \leq N; 1 \leq i \leq n \end{cases} \quad (10)$$

É razoável assumir também que a verdadeira distribuição de quebra primária acumulada tem a forma proposta por Austin e Luckie (1972), dada por:

$$B_{i,j} = \begin{cases} \Phi_j \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^\gamma + (1 - \Phi_j) \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^\beta, & j \leq i \leq n \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (11)$$

Onde γ , β e Φ_j são constantes adimensionais dependentes do material, sendo que a constante Φ_j é dada por:

$$\Phi_j = \Phi_1 \left(\frac{x_1}{x_j}\right)^\delta \quad (12)$$

Onde δ é uma constante adimensional dependente do material.

Deniz e Onur (2002) realizaram um estudo baseado nas equações de Austin e Luckie e mostraram que:

- Quando os valores de $B_{i,j}$ independem da distribuição inicial a constante δ é igual a zero;
- Os valores de γ , β e δ não são significativamente diferentes para diferentes níveis de preenchimento de finos durante a moagem, mas os valores de δ tendem a crescer quando crescem os níveis de preenchimento;
- A constante δ está inversamente ligada à produção de finos. Assim sendo, valores de $\delta = 0,71$ indicam uma menor produção de finos, já valores de $\delta = 0,67$ indicam uma maior produção de finos.

Já Koka e Trass (1987) afirmam que:

- Os valores de γ , β e δ não mostram nenhuma tendência ou correlação com a velocidade de rotação do moinho, exceto pelo fato dos valores de δ serem maiores que um para a moagem a seco e menores que um para moagens a úmido;
- A velocidade de rotação do moinho tem algum efeito nos valores de $B_{i,j}$, mas este não é considerável.
- Austin, Bagga & Celik (1981) determinaram que para o quartzo as constantes γ , β e δ deveriam ser iguais a 5,40, 1,10, 0,52 e 0, respectivamente.

Yildirim, Cho e Austin (1999) mostraram que para a moagem a seco de quartzo, os valores das constantes devem ser $\gamma = 4,00$, $\beta = 1,05$, $\delta = 0,45$ e $\delta = 0$.

Os valores de $B_{i,j}$ podem ser determinados experimentalmente através da seguinte expressão:

$$B_{ij} = \frac{\ln\left[\frac{1 - P_i(0)}{1 - P_i(t)}\right]}{\ln\left[\frac{1 - P_{j+1}(0)}{1 - P_{j+1}(t)}\right]} \quad (13)$$

Onde $P_i(t)$ é a fração mássica na descarga do moinho de tamanho menor que x_i no tempo t .

A fração de produto da classe energética k da equação 10 que cai para a classe granulométrica i é dada por:

$$b_{i,j} = B_{i,j} - B_{i+1,j}, \quad j \leq i \leq n; B_{n+1,j} = 0 \quad (14)$$

Denomina-se $p'_{i,k}$ a fração mássica de material que chega no tamanho i e de classe energética k que pode ser requebrada, nota-se que a soma de $p'_{i,k}$ não é igual a 1 porque a mesma massa pode ser quebrada várias vezes. Assim sendo, o balanço de tamanhos/massa/energia será dado por:

$$p'_{i,k} = \begin{cases} 0, & i = 1; 0 \leq k \leq N \\ 1, & i = 1; k = N \\ \sum_{i'=1}^{i-1} \sum_{k'=N}^k b_{i',i-k} \cdot c_{i',i-k} \cdot p'_{i',k'}, & n \geq i > 1; 0 \leq k \leq N \end{cases} \quad (15)$$

A soma das frações remanescentes de material inquebrado que deixa o tamanho i em cada passo é o produto final deixando a zona de impacto, dada matematicamente por:

$$p_i = \sum_{k=0}^N (1 - a_{i,k}) p'_{i,k} \quad (16)$$

Acumulando a partir do menor tamanho, a fração mássica menor que o tamanho x_i , tem-se:

$$P_i = \sum_{j=n}^i p_j \quad (17)$$

Como parte do material de alimentação no tamanho unitário 1 pode permanecer inquebrado, o valor da quebra primária acumulada aparente é dado por:

$$\bar{B}_{i,1} = \frac{p_i}{1 - p_1}, \quad n \leq i < 1 \quad (18)$$

Segundo Austin, as equações 1 a 18 podem ser usadas em um programa de computador para calcular a distribuição cumulativa de quebra real do material. Em um algoritmo iterativo, onde se varia a energia (E) a cada iteração do programa pode-se obter o efeito da energia empregada na moagem sobre a granulometria dos produtos desta moagem.

2. CÁLCULO DA ENERGIA DE IMPACTO ESPECÍFICA

Na ausência de aparato experimental adequado, para a determinação da energia de impacto específica (E) foi usado um método criado por Morrell (1992), para moinho revolvente mostrado a seguir. Assim, tendo-se:

$$\rho = 0,8\rho_o + \frac{0,6 \cdot F_B (\rho_B - \rho_o)}{F_i} + 0,2 \quad (19)$$

Onde:

- ρ é a densidade da carga total do moinho (t/m³);
- ρ_o é a densidade do minério (t/m³);
- ρ_B é a densidade das bolas (t/m³);
- F_B é a fração do volume do moinho ocupada pela carga de bolas (incluindo os vazios) e
- F_i é a fração do volume do moinho ocupada pelo minério e pela carga de bolas (incluindo os vazios).

$$\theta_s = (0,499\phi - 0,746) + (5,490\phi - 0,969)F_i \quad (20)$$

Onde θ_s é o deslocamento angular da posição superior em radianos (vide figura 1 extraída, com modificações, de Morrell, 1992) e ϕ é a fração da velocidade crítica do moinho.

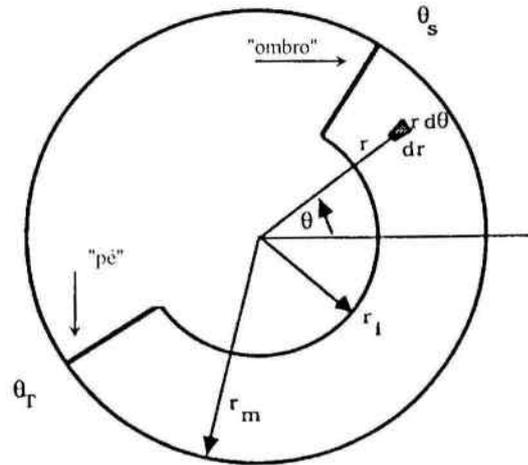


Figura 1 – Seção transversal idealizada para a zona ativa da carga moedora (segundo Morrell, 1992).

O momento angular da fração inferior (θ_r) pode ser calculado por:

$$\theta_r = 2,321(1,406 - F_r) + \left(1 - e^{-23,2(A_r - \phi)}\right) + 0,5\pi \quad (21)$$

Já o parâmetro A_r é dado por:

$$\begin{cases} A_r = 0,75(1,670 - F_r) & \phi \leq A_r \\ A_r = \phi & \phi > A_r \end{cases}$$

A posição radial da superfície da carga (r_i) é dada por:

$$r_i = r_m \left(1 - \frac{2\pi F_r}{2\pi + \theta_s - \theta_r}\right)^{0,5} \quad (22)$$

Onde r_m é o raio efetivo interno do moinho em metros (vide figura 1).

Assim sendo, a potência entregue à carga do moinho (P_{net}), em kW, é dada por:

$$P_{net} = 0,5, g^{1,5} \cdot L \cdot \rho \cdot \phi \cdot r_m^{0,5} \left(\frac{2r_m^3 - 3r_m^3 r_i + r_i^3}{3(r_m - r_i)} \right)^{0,5} \cdot \text{sen} \theta \Big|_{\theta_r}^{\theta_s} \quad (23)$$

Onde:

g é a aceleração da gravidade (m/s^2);

L é o comprimento efetivo do moinho (m) e

ρ é a densidade do minério (t/m^3).

A potência fornecida ao moinho vazio (sem carga), designada pelo termo *No-Load*, em kW é dada por:

$$\text{No-Load} = 11 \cdot (r_m^{2,5} \cdot L \cdot \phi)^{0,861} \quad (24)$$

Já a potência bruta entregue ao moinho, designada pelo termo *Gross Power*, em kW, é dada por:

$$\text{Gross Power} = \text{No-Load} + F_k \cdot P_{net} \quad (25)$$

Onde F_k é um fator de correção que para moinhos de grade é igual a 1,22.

3. ADAPTAÇÃO DO MODELO PARA ALIMENTAÇÃO POLIDISPERSA

O software *IBPS* inicialmente foi validado para alimentações monodispersas, usando os dados da literatura (Austin, 2002) e dados experimentais levantados pelos autores com areia quartzosa bitolada e esférulas de vidro (de tamanho equivalente ao da areia). Procedeu-se então da seguinte maneira para testar a aplicabilidade do modelo de Austin para a moagem de materiais polidispersos:

- Preparou-se uma amostra de 3,5 kg de quartzito para ser submetida a uma série de ensaios de moagem;
- Analisou-se granulometricamente a amostra antes da primeira e após cada etapa de moagem;
- A amostra foi submetida a quatro etapas sucessivas de moagem com duração de: 1, 4, 8 e 16 minutos, sendo que o produto de uma moagem era a alimentação da próxima. Assim sendo, ao final dos quatro testes a amostra havia sido moída durante 29 minutos. A figura II mostra a análise granulométrica de cada ensaio de moagem;
- Os testes de moagem tinham as seguintes características operacionais:
 - *Massa de corpos moedores*: 14,0 kg de bolas de aço;
 - *Diâmetro dos corpos moedores*: 25 mm;
 - *Dimensões do moinho*: 20 x 20 cm;
 - *Velocidade de rotação do moinho*: 80 ± 3 rpm;
- De posse das análises granulométricas da amostra de quartzito após os testes foi determinado o valor da matriz de quebra experimental usando a equação 13 para cada moagem. Contudo, considerou-se uma função de quebra média definida como sendo a quebra média das partículas.
- Utilizando as equações 1 a 18 foram calculados os valores da função de quebra teórica, de modo que esta tivesse uma aderência razoável (erro menor que 5%) à função de quebra experimental;
- Os valores das constantes do modelo foram determinados através de um algoritmo de busca e minimização de erros (foi usado o software *MathCad*, versão 6.0) e a energia específica de impacto foi determinada através da metodologia proposta por Morrell (1992).

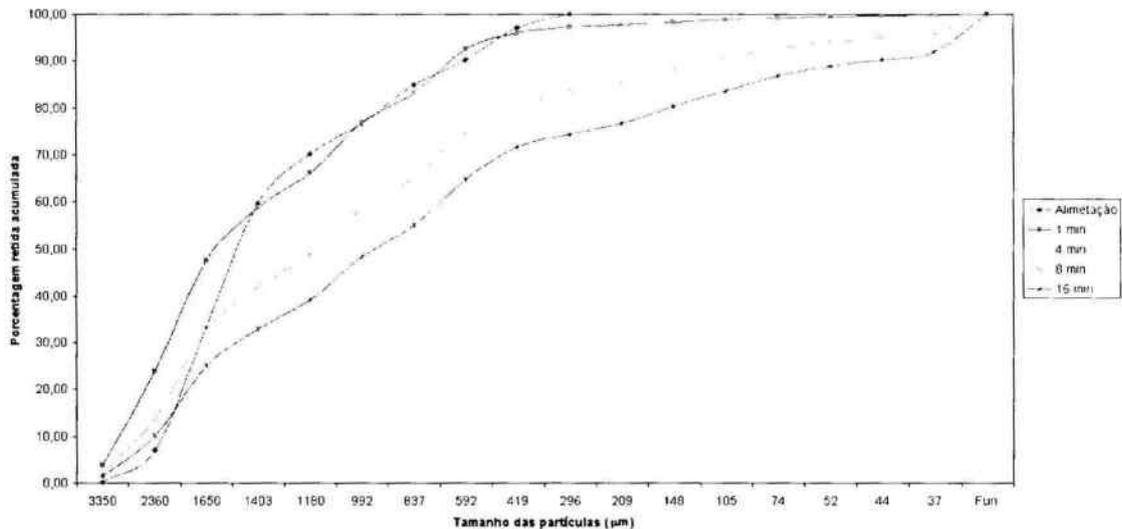


Figura II - Análise granulométrica de cada ensaio de moagem.

A tabela I mostra os valores da função de quebra experimental para cada moagem, bem como a função de quebra média e a função de quebra teórica, ajustada em relação à função de quebra experimental média. Ainda além, é apresentado o erro associado quando se compara a função de quebra teórica com as funções de quebra para os vários tempos de moagem ($erro = \left[\sqrt{\sum (B_i - B_{4st})^2} \right]_{\text{mínimo}}$).

Tabela I - Funções de quebra, experimental e teórica e erro associado à comparação da curva de quebra teórica com a experimental.

Peneiras (μm)	$B_{i,1}$ (teórico)	$B4X_i$ (experimental)				
		1 min.	4 min.	8 min.	16 min.	média
2369	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1675	0.678	0.657	0.685	0.666	0.727	0.684
1184	0.486	0.429	0.501	0.506	0.562	0.500
837	0.362	0.242	0.348	0.364	0.416	0.342
592	0.277	0.138	0.261	0.291	0.340	0.257
419	0.216	0.119	0.232	0.252	0.279	0.220
296	0.171	0.077	0.182	0.198	0.249	0.176
209	0.136	0.067	0.142	0.176	0.223	0.152
148	0.108	0.049	0.110	0.139	0.184	0.121
105	0.086	0.034	0.084	0.109	0.151	0.094
74	0.069	0.024	0.063	0.085	0.119	0.073
52	0.056	0.018	0.050	0.070	0.098	0.059
37	0.045	0.005	0.029	0.045	0.071	0.037
Erro		0,101	0,050	0,050	0,075	0,046

A tabela II mostra as constantes determinadas para o quartzito.

Tabela II - Constantes adimensionais utilizadas

Constante	C	m	\bar{A}	γ	β	Φ	δ
Valor	3.000	0.580	0.150	0.634	2.155	0.622	0.000

As figuras III a VII mostram as funções de quebra experimental e teórica para cada ensaio de moagem.

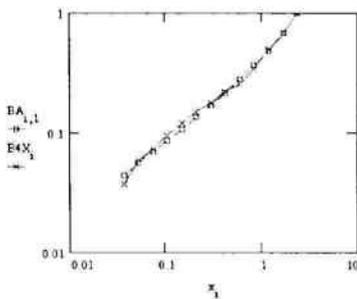


Figura III - Função de quebra experimental média versus teórica.

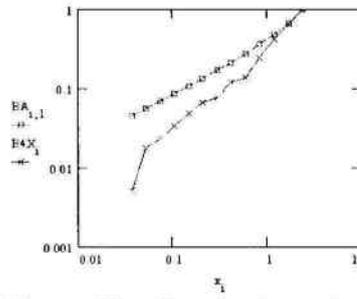


Figura IV - Função de quebra experimental versus teórica, moagem de 1 min.

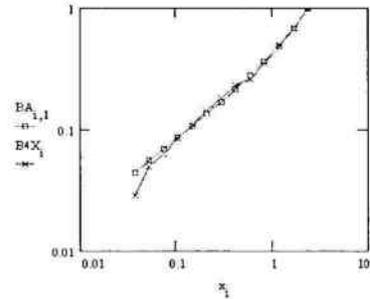


Figura V - Função de quebra experimental versus teórica, moagem de 4 min.

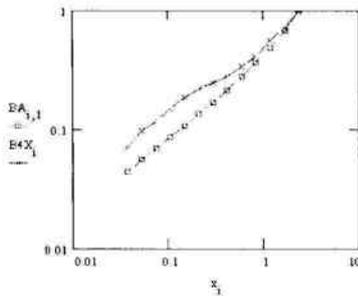


Figura VI - Função de quebra experimental versus teórica, moagem de 8 min.

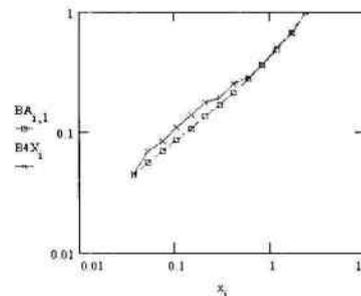


Figura VII - Função de quebra experimental versus teórica, moagem de 16 min.

4. CONCLUSÕES

Embora o modelo de Austin tenha sido desenvolvido para a cominuição por impacto, este se aplica bem à moagem de material monodisperso em moedores revolventes, onde há o concurso de mecanismos de quebra por impacto e por

abrasão (ensaios com areia e vidro, aqui não detalhados por falta de espaço). O modelo também pode ser usado na simulação de moinhos tubulares revolventes, com alimentação polidispersa, desde que a distribuição de tempo de residência na moagem seja estreita.

Como os ensaios de moagem foram em batelada, ao passo que as operações de moagem são, em sua maioria, conduzidas em fluxo contínuo, o tempo de moagem deste trabalho representa o tempo médio de residência das partículas em um moinho.

Nota-se na figura III que no ajuste da função de quebra teórica em relação à função de quebra experimental média o erro cometido foi pequeno (0,046). Saliente-se que, propositalmente, não houve ajuste da função de quebra teórica em relação às funções de quebra para os tempos individuais (o que resultaria em melhor ajuste, à custa do abandono da metodologia adotada).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Austin, L. G. A treatment of impact breakage of particles. *Powder Technology*, Elsevier, pp. 85-90, 2002.
- Austin, L. G., Bagga P. & CELIK, M. Breakage Properties of some Materials in a Laboratory Ball Mill. *Powder Technology*, Elsevier, pp. 235 – 241, 1981.
- Austin, L. G. & Luckie, P. T. Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. *Powder Technology*, Elsevier, pp. 267-277 1972.
- Deniz, V. & Onur, T. Investigation of the breakage kinetics of pumice samples as dependent on powder filling in a ball mill. *International Journal of Mineral Processing*, 67, 2002, pp. 71–78.
- Koka, V. R. & Trass, O. Determination of Breakage Parameters and Modelling of Coal Breakage in the Szego Mill. *Powder Technology*, Elsevier, pp. 201 – 214, 1987.
- Morrell, S. Prediction of grinding-mill power. *Transaction Inst. Min. Metall. (Sect.C: Mineral Process. Extr. Metall.)*, 101, January-April 1992 pp. C-25 –C-32, 1992.
- Yildirim, K., Cho, H. & Austin, L. G. The modeling of dry grinding of quartz in tumbling media mills. *Powder Technology*, Elsevier, pp. 210 – 221, 1999.