

## MODELAMENTO DA FLOTAÇÃO A PARTIR DE PARÂMETROS DE ESPUMAÇÃO E DE FLOTABILIDADE DOS SÓLIDOS

José Aurélio Medeiros da Luz<sup>1</sup>, Antônio Eduardo Clark Peres<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Prof. Dr., DEMIN/UFOP – e-mail: [jaurelio@degeo.ufop.br](mailto:jaurelio@degeo.ufop.br)

<sup>2</sup>Prof. Dr., DEMET/EEUFMG – e-mail: [aecperes@demet.ufmg.br](mailto:aecperes@demet.ufmg.br)

### RESUMO

O processo polifásico de flotação em regime estacionário foi modelado. O impacto das condições de espumação vigentes na operação sobre o teor dos produtos e sobre a recuperação é calculado pela quantificação do arraste hidrodinâmico da polpa hidrofílica na espuma mineralizada, o qual é função do gradiente de drenagem da espuma e da área efetiva de coleta. É possível o uso do modelo como ferramenta de otimização do processo, permitindo a seleção da melhor opção para a resolução do clássico conflito entre recuperação e teor.

**Palavras chaves:** flotação, modelamento, espuma.

### INTRODUÇÃO

Estudos do efeito da espuma sobre o desempenho de flotação já remontam a Taggart, nas décadas de 20 e 30 [Taggart, 1966], o qual levantou os perfis de concentração de sólidos na espuma para células pneumáticas e mecânicas.

Joubert, em 1966, estabeleceu que a recuperação de ganga no concentrado era proporcional a seu teor, o que acenava para o chamado modelo probabilista de apreensão mecânica de partículas [apud Kirjavainen, 1989]. Outros pesquisadores observaram estrita correlação entre a recuperação de água na espuma e a de ganga hidrofílica [Kirjavainen 1989]. Por seu turno, Johnson e colaboradores (bem como Engelbrecht e Woodburn) indicaram função parabólica para expressar a recuperação de ganga em função da água no concentrado [apud Kirjavainen, 1989].

Há na flotação (direta) um conflito básico do teor de concentrado (o qual aumenta com a drenagem da espuma, isto é: com o abaixamento do nível de polpa) em relação à recuperação ou distribuição para o concentrado (a qual aumenta com o volume do reator, isto é: com a elevação do nível de polpa). O modelo de

sinérese de espuma, aqui descrito, foi desenvolvido para quantificar-se o líquido intersticial e o arraste de sólidos (*by-pass* ou "perpasso"). Preconiza-se a utilização desse modelo como ferramenta para otimização de bancos de flotação em regime estacionário.

### DESENVOLVIMENTO DO MODELO

O programa desenvolvido [Luz, 1996] calcula o volume efetivo da polpa aerada ( $V_{ef}$ ) em função das dimensões das células (comprimento  $C$ , largura  $L$  e altura  $H$ ), de fatores de correção e da fração gasosa. Tendo-se a vazão de alimentação de polpa, o tempo de residência médio da polpa aerada é dado por:  $T_p = V_{ef}/[Ali(i).C_{ma}^{-1}. \rho_a^{-1} + Ag. \rho_l^{-1}]$  (onde:  $Ag$ - vazão de água;  $Ali(i)$  é a vazão mássica total de sólidos na alimentação,  $Ag$  é a vazão mássica de água,  $\rho_a$  e  $\rho_l$ , as massas específicas do líquido e dos sólidos na alimentação,  $C_{ma}$  a concentração mássica na alimentação).

A vazão mássica ( $Con(i,j)$ ) do componente  $j$  no concentrado da  $i$ -ésima célula trabalhando em regime de misturador ideal [Levenspiel, 1974] com recuperação máxima,  $R_{max}$ , e constante cinética,  $k_f$ , é:

$$Con(i,j) = [(Ali(i,j).k_f.T_p)/(1+k_f.T_p)].R_{max} \quad (1)$$

A vazão mássica de sólidos no concentrado ( $Con(i)$ ) e no rejeito ( $Rej(i)$ ) da etapa  $i$  são, respectivamente as somas das vazões dos componentes mineralógicos. Os teores dos componentes  $j$  no concentrado da célula  $i$  e são trivialmente calculáveis, em seguida (por concisão, os índices  $i$  e  $j$  foram suprimidos sempre que não essenciais).

A polpa hidrofílica dos interstícios da espuma possui praticamente a mesma constituição do rejeito. A concentração mássica do rejeito pode ser dada por:

$$C_{nr} = \frac{(Ali - Con).C_{ma}}{Ali - Con.C_{ma}} \quad (2)$$

Uma vez que  $C_{ma}(i)=C_{mr}(i-1)$  e  $Ali(i)=Rej(i-1)$ , a única incógnita da equação de balanço de massa no (falta alguma coisa aqui) é  $C_{mc}$ , dado por:

$$C_{mc} = \frac{(Con + Arraste) \cdot C_{nr} \cdot C_{nr}}{(C_{nr} - C_{mn}) \cdot Ali + C_{mn} (Con + Arraste)} \quad (3)$$

Considerando a vazão de ar ( $Ar$ ), a fração volumétrica de ar ( $\phi_c$ ) na espuma na cota média da lâmina no vertedouro ( $Y_c$ ), a vazão volumétrica de polpa intersticial é:

$$Q_p = \frac{(1-\phi_c)}{\phi_c} \cdot Ar \cdot \left( \frac{n \cdot L_{ef}}{L} \right) - \left( Gn(i, N_c + 1) / \rho_c \right) \quad (4)$$

A expressão  $n \cdot L_{ef} / L$  é a fração de utilização da área horizontal disponível da célula. A fração  $Con(i) / \rho_c$  é a vazão volumétrica dos sólidos realmente flotados devido a sua hidrofobicidade superficial. Os sólidos na polpa intersticial são essencialmente hidrofílicos. Para se resolver a equação (04), devem ser determinados a fração de vazios ( $\phi_c$ ) na altura  $Y_c$  e a largura parcial efetiva ( $L_{ef}$ ) da célula. A vazão volumétrica de espuma a partir da velocidade superficial do gás ( $J_g$ ) e da área efetiva é:

$$Q_c = n \cdot C \cdot L_{ef} \cdot J_g / \phi_c \quad (5)$$

A largura parcial efetiva ( $L_{ef} \leq L/n$ ), assim como  $\phi_c$ , dependem do tempo de percurso de cada bolha na célula e de sua estabilidade. O tempo de percurso na espuma (vertical mais horizontal) é:  $T_s = t_v + t_h$ . Para cada bolha que sai da polpa aerada e atinge a borda da célula de flotação antes do seu colapso, o tempo de percurso deve ser menor que o tempo de sobrevivência.

Adotou-se um sistema cartesiano com a origem do eixo vertical ( $OY$ ) na interface polpa/espuma e a origem das abscissas ( $OX$ ) no costado oposto ao vertedouro, ou no centro da célula, conforme se tenha, respectivamente: um transbordo ( $n=1$ ) ou dois deles ( $n=2$ ). Adotando-se "tubo de fluxo" em curva de 90°, resulta um trecho de movimento vertical e o outro horizontal (muito mais delgado). Naturalmente, para células com descarga dupla ( $n=2$ ) são dois os tubos de fluxo.

A variação de velocidade das bolhas no trecho vertical é proporcional à variação da fração de gás na espuma,  $\phi$ . A velocidade do ponto material em seu percurso ascensional é  $J_g / \phi_v$

Para o trecho horizontal (de cota  $Y_c$ ), a velocidade em função da abscissa depende do tempo de sobrevida e das dimensões do reator. Se o tempo total

de percurso for menor ou igual ao tempo de sobrevivência ( $T_s$ ), o reator terá toda sua área utilizada ( $L_{ef} = L/n$ ) e a velocidade horizontal variará de modo linear e monotonicamente crescente com a abscissa  $X$ , a partir de um ponto  $X = 0$ , início da zona efetiva de coleta. A figura 02 da página seguinte ilustra essa situação, no seu item *a*.

Se o tempo de percurso horizontal de uma bolha que aflore em  $X=0$  for maior que o tempo máximo permitido (isto é:  $t_h > T_s - t_v$ ) ocorrerá que, desde o ponto  $X = 0$  até o de abscissa  $X=X'$ , a velocidade durante o transporte horizontal será monotonicamente crescente e, a partir dessa abscissa, a velocidade ficará quase constante porque as bolhas que afloram em abscissas  $X > X'$  substituem os volumes das bolhas que entram em colapso, por terem atingido o tempo de sobrevivência nesse ponto. Na realidade, a vazão sofre um pequeno acréscimo devido à polpa residual após os colapsos de bolhas que emergem em pontos mais recuados (em relação ao transbordo), isto é: as que afloram fora da região dita largura parcial efetiva. O acréscimo é de difícil quantificação, dado pela *fração de contribuição lamelar* ( $f_{cl}$ , entre 0 e 1).

O transporte horizontal pode ser descrito conforme as possibilidades seguintes: no início das abscissas ( $X = 0$  e velocidade:  $v_h = v_{hmin} = J_g / \phi_c$ ); no transbordo (com  $f_{cl}=0$ ):  $X = X_{max} = L/n$  e  $v_h = v_{hmax} = L_{ef} \cdot J_g / (\phi_c \cdot Y_{ef})$ ; em um ponto arbitrário na faixa:  $0 \leq X \leq X' = L_{ef}$  e com:

$$v_h = v_{hmin} + (v_{hmax} - v_{hmin}) \cdot \left[ \frac{(X - X_{min})}{(X' - X_{min})} \right] \quad (6)$$

Para  $X > X'$  (isto é:  $X > L_{ef}$ ), a velocidade de progressão horizontal na superfície do reator para é expressa, por:

$$v_h = \frac{J_g}{\phi_c} \left[ 1 + X (Y_{cl}^{-1} - L_{ef}^{-1}) \right] \left[ 1 + f_{cl} (1 - \phi_c) \left( \frac{X - L_{ef}}{L_{ef}} \right) \right] \quad (7)$$

Os tempos de percurso nas duas direções principais podem ser assim obtidos:

• na vertical: integrando-se a partir da equação da velocidade, resulta:

$$Y_c = Y_b + 0,5 \cdot Y_{ef} = \int_0^{t_v} \frac{1}{\phi} \cdot dt \quad (8)$$

$Y_{ef}$  é a espessura efetiva da lâmina do vertedouro (crista) e  $Y_b = H - Y_c$ . Como  $\phi$  e  $Y_{ef}$  são interdependentes, outras equações tornam-se necessárias.

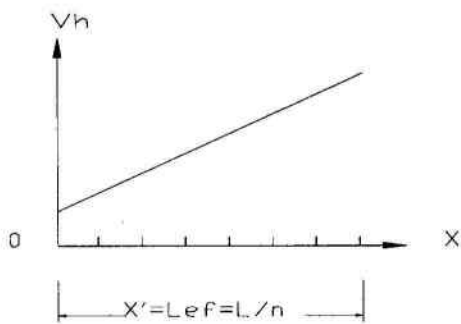
Uma cinética de sinérese de primeira ordem resulta a seguinte expressão para a fração gasosa na espuma:

$$\phi = \frac{1}{\left\{ \left[ \frac{(1-\phi_o) \cdot \text{Con}}{\phi_o \cdot \text{Ar} \cdot \rho_c} \right] \cdot \exp[-k_s \cdot t] + \frac{\text{Con}}{\text{Ar} \cdot \rho_c} + 1 \right\}} \quad (9)$$

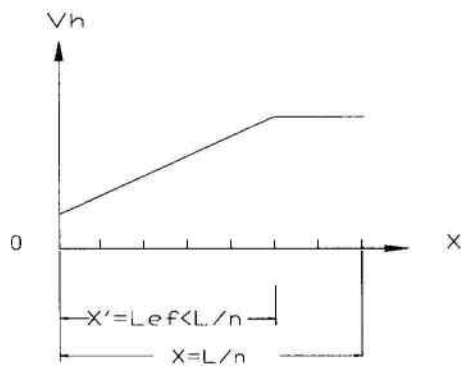
Colocando-se essa expressão de  $\phi$  na integral da equação de  $Y_c$  e procedendo-se a integração resulta, finalmente, a seguinte expressão para  $Y_c$ :

$$\frac{Y_c}{J_g} - \left[ \frac{\text{Con}}{\text{Ar} \cdot \rho_c} + 1 \right] \cdot t_v - \left[ \frac{(1-\phi_o) \cdot \text{Con}}{\phi_o \cdot \text{Ar} \cdot \rho_c} \right] \cdot \frac{\exp[-k_s \cdot t_v]}{k_s} = 0 \quad (10)$$

A)



B)



C)

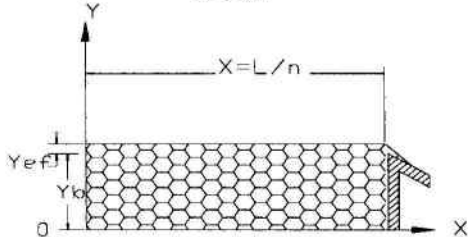


Figura 01 - Variação da velocidade de progresso horizontal com a distância ao transbordo da célula de flotação (A- espuma super-estável; B- espuma instável; C- perfil idealizado do leito de espuma na célula de flotação).

Na base de espumas polidispersas mal drenadas:  $\phi_o \cong 0,715$  [Princen, 1990].

O tempo no trecho horizontal é dado por:

$$t_h = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \frac{dX}{V_h} \leq T_s - t_v \quad (11)$$

Para a integração devem ser considerados os seguintes domínios:

*i - Área livre do reator idealmente utilizada:  $X' \cong L_{ef} \cong L/n$ .* O perfil da velocidade é monotonicamente crescente, com o início das rupturas das células de espuma no transbordo. Integrando-se, obtém-se:

$$t_h = \frac{\phi_c}{J_g} \left[ \frac{Y_{ef} \cdot X'}{X' - Y_{ef}} \right] \ln \left( \frac{X'}{Y_{ef}} \right) = \frac{\phi_c}{J_g} \left( \frac{Y_{ef} \cdot L_{ef}}{L_{ef} - Y_{ef}} \right) \ln \left( \frac{L_{ef}}{Y_{ef}} \right) \quad (12)$$

*ii - Área livre do reator sub-utilizada:  $X = L_{ef} \leq L/n$ .* Nesse caso, com a vazão de ar e a borda livre adotada ( $Y_b$ ) e a relação  $L/n$ , a espuma encontra-se em condição "instável", isto é, o processo de ruptura inicia-se antes do transbordo para uma bolha que tenha aflorado no extremo operacional do reator (em  $X = 0$ ). Aqui, tem-se:

$$t_h = T_s - t_v, \text{ e } X' = L_{ef} < L/n. \quad (13)$$

O cálculo com é feito pela equação integrada do item *i*. Ao menos parcela do trajeto horizontal ocorre sob velocidade praticamente constante (pois:  $f_{ef} \rightarrow 0$ ).

*iii - Área livre do reator plenamente utilizada, mas com super-estabilização da espuma:  $X' \cong L_{ef} \geq L/n$ .* Como fisicamente não se pode ter  $L_{ef} > L/n$ , faz-se:  $L_{ef} = L/n$  e se calcula o tempo  $t_h$  pela mesma equação integrada do item *i*. O cálculo de  $L_{ef}$  pode ser feito por métodos numéricos.

Após o cálculo provisório de  $L_{ef}$ , deve-se verificar sua compatibilidade no sistema entre os vínculos do balanço de massas no tubo de fluxo. Para espumas pouco rígidas, a velocidade de transbordamento obtém-se da equação de vertedouros. O coeficiente  $k_d$  é dito coeficiente de descarga e, num caso genérico, pode ser expresso por uma função do número de Reynolds e da viscosidade da espuma. Para espumas fluidas e parede delgada:  $k_d \cong 0,6$ .

Igualando-se a velocidade em vertedouro com o valor máximo,  $v_{hmax}$ , para  $X = X_{max} = L/n$ , resulta outra expressão para a largura parcial efetiva (com  $L_{ef} = k_c \cdot L/n$ ;  $k_c \leq 1$ ):

$$L_{ef} = 2,953 \cdot \phi_c \cdot k_d \cdot [Y_{ef}]^{1,5} / J_g \quad (14)$$

Inicia-se algoritmo com os valores iniciais de  $L_{ef} = L/nt$  e  $\phi$ . Calcula-se  $Y_{ef}$  pela equação de lâmina de vertedouro. Com o valor provisório de  $Y_{ef}$ , calcula-se o tempo de percurso vertical  $e$ , a seguir, o novo valor de  $\phi$ , iterativamente. Calcula-se  $t_{ij}$  para os valores de  $t_v$ ,  $\phi_c$  e  $Y_{ef}$  e calcula-se novamente  $L_{ef}$ . Após isso, resolve-se a equação de vertedouro para se determinar novo  $Y_{ef}$ . A resolução pode ser obtida pelo método de Newton-Raphson. Os valores atuais de  $Y_{ef}$  e  $\phi_c$  são retroalimentados nas equações de  $L_{ef}$ , num processo iterativo.

Uma vez atingida a convergência, os valores (ainda provisórios) de  $\phi_c$ ,  $Y_{ef}$  e  $L_{ef}$ , permitem o cálculo da vazão de polpa ( $Q_p$ ) arrastada ao concentrado. Após o que, todo o balanço de sólidos na célula  $i$  deve ser corrigido para os valores ajustados, definindo-se a alimentação da célula ( $i+1$ ), a jusante.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A figura 02 ilustra o efeito do nível sobre a distribuição de ganga (quartzo) para o concentrado, para um valor do parâmetro específico de sinérese ( $k_s$ ) na flotação aniônica direta de hematita.

A título de comparação, Flynn, e Woodburn desenvolveram um modelo com base no transporte de sólidos em relação ao fluxo de superfície de bolhas na espuma e pelo arraste de partículas, nas lamelas intersticiais. [Flynn e Woodburn, 1987]. Um modelo que considerou o efeito da fase gasosa na polpa aerada – mas não na espuma – foi desenvolvido por Laplante, Toguri e Smith [Laplante *et alii*, 1983].

O caso de condições transientes pode resolver-se via equações diferenciais, aplicando-se transformada de Laplace e sua inversa [Williams e Meloy, 1983][Radoev *et alii*, 1990] (Nessas citações, entretanto, as condições de espumação foram tomadas como invariantes).

Aqui não foram utilizadas nem a equação cinética conjugada de componentes de flotação rápida e de flotação lenta, nem a dita equação do modelo retangular (o que pode ser implementado sem maiores dificuldades).

Para aplicar-se o modelo proposto, a taxa específica, de flotação  $k_f$ , expurgada dos efeitos da espuma, pode ser obtida por análise de uma seqüência histórica de processo, ou extrapolação de valores

aparentes para várias condições de espuma no laboratório.

A maior contribuição do presente modelo é a junção *mecânica* de dois fenômenos comumente estudados isoladamente: a coleta seletiva de partículas hidrofóbicas e a sinérese (drenagem de Plateau mais gravitacional) de leitos de espuma. Com isso, o impacto de variações do tempo de residência na polpa sobre a recuperação, ocasionado por variações na espessura de espuma pode ser caracterizado, ao contrário da grande maioria dos modelos anteriores.

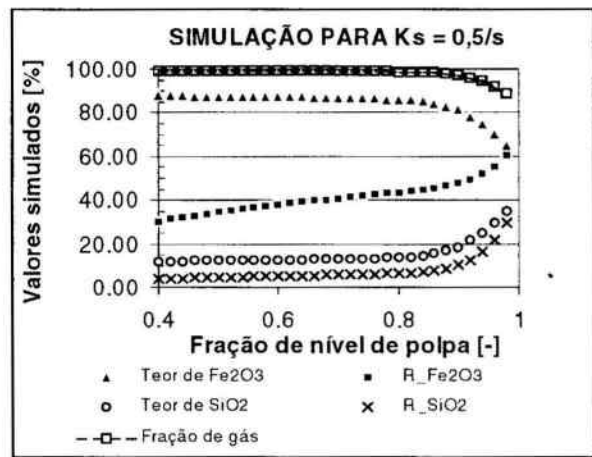


Figura 02 – Teor, recuperação (R) e fração de gás na espuma em função do nível de polpa (fração da altura do reator,  $k_s$ ).

A supermineralização das bolhas e o efeito de lavagem de espuma não foram considerados no modelo em estudo. Um aprimoramento útil será considerar extratores rotativos de espuma, exprimindo a vazão de transbordo em função da crista de espuma acima da cota do vertedouro,  $e$ , da velocidade angular do extrator de raio  $r_{ex}$ . Sendo o número de pás igual a  $m$ , o ângulo entre as pás é  $\theta_{ex} = 2\pi/m$ , o máximo volume capturado pode ser admitido como aquele efetivamente transferido e sugere-se a equação:

$$V_{ex} = \left[ \frac{2 \times e \times r_{ex} \times \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) - c}{2 \times \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{m}\right)} \right] \times C \quad (15)$$

A vazão de espuma,  $Q_{ve}$ , pode ser expressa a partir de um fator periódico,  $f_{es}$ , e da velocidade angular  $w_{ex}$ :

$$Q_{ve} = \frac{f_{ex} \times V_{ex} \times m \times w_{ex}}{2 \times \pi} \quad (16)$$

### CONCLUSÕES

O modelo permite ao usuário dispor de um simulador de circuitos industriais em regime estacionário. Mudanças em variáveis de controle, como por exemplo, nível de polpa (com borda “livre”,  $Y_b$ ), dosagem de, água de diluição e lavagem ( $Ag$ ) e concentração mássica na alimentação podem ser simuladas e, com isso, as condições ótimas estabelecidas. A partir dos valores ajustados dos teores de útil e de distribuição pode-se selecionar o melhor valor de  $k_e$ . Ou, para valor especificado de  $k_e$  operacional, pode se obter o melhor valor de  $k_s$  e, portanto, a dosagem ótima de espumante.

Obviamente, mudanças substanciais no modelo são requeridas para simular adequadamente colunas de flotação.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro do **CNPq** e da **CAPE**S durante parte da elaboração deste trabalho.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FLYINN, S. A. & WOODBURN, E. T. Development of a Froth Model for Fine Particle Beneficiation by Flotation. *Transactions of Institution of Mining and Metallurgy*(section C). December, 1987.
- KIRJAVAINEN, V.M. Application of a Probability Model for the Entrainment of Hydrophilic Particles in Froth Flotation. *International Journal of Mineral Processing*, Amsterdam, v.27, n. 1/2, p. 63-74, september 1989.
- LAPLANTE, A.R., TOGURI, J.M., SMITH, H.W. The Effect of Air Flow Rate on the Kinetics of Flotation: the Transfer of Material from the Slurry to the Froth. *International Journal of Mineral Processing*, Amsterdam, v. 11, p. 203-219, 1983.
- LEVENSPIEL, O. *Engenharia das Reações Químicas*. São Paulo (1<sup>o</sup> vol.), Edgard Blücher,1974.
- LUZ, J. A. M. *Flotação Aniônica de Rejeito Itabirítico: Estudo de Reagentes Alternativos e Modelamento Polifásico do Processo (Tese de doutoramento)*. UFMG,1996.
- PRINCEN, H.M. Gravitational Syneresis in Foams and Concentrated Emulsions. *Journal of Colloid and Interface Science*, San Diego, v. 134, n. 1, p. 188-197, june 1990.
- RADDOEV, B. P. et alii. On the Kinetics of Froth Flotation. *International Journal of Mineral Processing*, Amsterdam, v.28, n. 1/2, pp. 127-138, February, 1990.
- TAGGART, A. F., *Elementos de Preparación de Minerales*. Madrid. Interciência, 1966.
- WILLIAMS, M.C. & MELOY, T.P. Dynamic Model of Flotation Cell Banks: Circuit Analysis. *International Journal of Mineral Processing*, Amsterdam, v. 10, n. 2, p. 141-160, march 1983.